

KIỂM TRA BÀI CŨ

?1

Em hãy hoàn thành bảng quy tắc tính đạo hàm sau:

$$(u + v)' = ?$$

$$= u' + v'$$

$$(u - v)' = ?$$

$$= u' - v'$$

$$(u.v)' = ?$$

$$= u'v + v'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = ?$$

$$= \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

?2

Tính đạo hàm của hàm số:

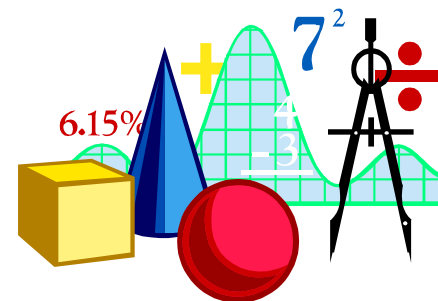
$$y = x^3 - 3x^2 + 4x + 5$$

$$y' = 3x^2 - 6x + 4$$

CHƯƠNG V. ĐẠO HÀM

§3 ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$
2. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$.
3. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$.
4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$.
5. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$.



MỤC TIÊU BÀI HỌC

1. Về kiến thức

- Trình bày được giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$
- Nêu được công thức tính đạo hàm của hàm số

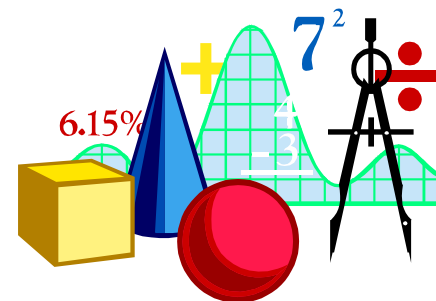
$$y = \sin x; y = \cos x; y = \sin u; y = \cos u$$

2. Về kỹ năng

- Áp dụng $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ để tính một số các giới hạn dạng $\frac{0}{0}$
- Tính được đạo hàm của các hàm số $y = \sin x; y = \cos x$
- Tính được đạo hàm của các hàm hợp $y = \sin u; y = \cos u$

3. Thái độ

- Có thái độ nghiêm túc, tích cực trong học tập



BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

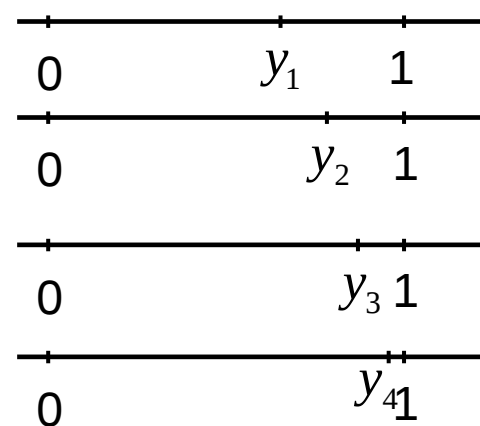


1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

Bảng giá trị

x	$y = \frac{\sin x}{x}$
$x_1 = 0.01$	$y_1 = 0.999983333$
$x_2 = 0.001$	$y_2 = 0.999999833$
$x_3 = 0.0001$	$y_3 = 0.999999998$
$x_4 = 0.00001$	$y_4 = 0.999999999$

Biểu diễn
trên trục số



Nhận xét giá trị của biểu thức $\frac{\sin x}{x}$ khi x dần về 0 ?

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Ví dụ 1: Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

Giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos x} \right) \\ &= 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

2. Đạo hàm của
hàm số $y = \sin x$

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

2. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

■ Định lý 2:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

➤ VD2: Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = 2 \sin x$; b) $y = \sin 5x$

c) $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$; d) $y = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$

➤ GIẢI:

a) $y' = 2(\sin x)' = 2 \cos x$

b) $y' = (5x)' \cos 5x = 5 \cos 5x$

c) $y' = (2x + \frac{\pi}{6})' \cos(2x + \frac{\pi}{6}) = 2 \cos(2x + \frac{\pi}{6})$

d) $y' = (\frac{\pi}{2} - x)' \cos(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos(\frac{\pi}{2} - x)$

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

2. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

■ Định lý 2:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$d) \quad y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\Rightarrow y' = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sin x$$

$$\text{Vậy} \quad (\cos x)' = -\sin x$$

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

2. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

■ Định lý 2:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

3. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

■ Định lý 3:

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

➤ VD3: Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = \cos 3x$

b) $y = 2\sin x - 3\cos x$

c) $y = \cos(x^2 + 6)$

➤ GIẢI:

a) $y' = -(3x)' \sin 3x = -3\sin 3x$

b) $y' = 2(\sin x)' - 3(\cos x)'$
 $= 2\cos x + 3\sin x$

c) $y' = -(x^2 + 6)' \sin(x^2 + 6)$
 $= -2x \cdot \sin(x^2 + 6)$

CỦNG CỐ BÀI HỌC

➤ Các kiến thức cần ghi nhớ:



$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$2) (\sin x)' = \cos x$$

$$4) (\cos x)' = -\sin x$$

$$3) (\sin u)' = u' \cos u$$

$$5) (\cos u)' = -u' \sin u$$

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1: x

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

2. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

■ Định lý 2:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

3. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

■ Định lý 3:

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

HOẠT ĐỘNG Củng Cố Bài Học

❖ *Tính đạo hàm của các hàm số sau:*

NHÓM 1

1) $y = 3\cos x - 5\sin x$

NHÓM 2

2) $y = \cos(2x - 1)$

NHÓM 3

3) $y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

NHÓM 4

4) $y = \sin(x - 2x^2)$

BÀI 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Giới hạn của $\frac{\sin x}{x}$

■ Định lý 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

2. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

■ Định lý 2:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

3. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

■ Định lý 3:

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

HOẠT ĐỘNG CÙNG CỘ BÀI HỌC



ĐÁP ÁN

NHÓM 1

$$1) y' = -3\sin x - 5\cos x$$

NHÓM 2

$$2) y' = -2\sin(2x - 1)$$

NHÓM 3

$$3) y' = 3\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

NHÓM 4

$$4) y' = (1 - 4x)\cos(x - 2x^2)$$

Tiết 70:
ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC
(Tiếp theo)

4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

b) Tính đạo hàm của hs $y = \frac{\sin x}{\cos x}$
($x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$)

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' \\ &= \frac{(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} \\ &= \frac{\cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot \sin x}{\cos^2 x} \\ &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \frac{1}{\cos^2 x} \end{aligned}$$

Ta có: với $\cos x \neq 0$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$$\begin{aligned} \rightarrow y' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' \\ &= (\tan x)' \end{aligned}$$

$$(\tan x)' = ???$$

4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

a) Định lý 4:

Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

a) Định lí 4:

Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và

.

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

*Chú ý: Nếu $y = \tan u$ và $u = u(x)$ thì ta có:

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

b) Ví dụ: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1. $y = \tan 2x$

2. $Y = \tan (x^2 + 1)$

3. $Y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$

4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

Bài giải

1. $y = \tan 2x$

Ta có

$$y' = (\tan 2x)' = \frac{(2x)'}{\cos^2 2x} = \frac{2}{\cos^2 2x}$$

2. $Y = \tan (x^2 + 1)$

Ta có: $y' = [\tan (x^2 + 1)]'$

$$= \frac{(x^2 + 1)'}{\cos^2 (x^2 + 1)}$$

$$= \frac{2x}{\cos^2 (x^2 + 1)}$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

4. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

Bài giải:

$$3. Y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} Y' &= (\sqrt{1 + 2 \tan x})' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{1 + 2 \tan x}} (1 + 2 \tan x)' \\ &= \frac{1}{2\sqrt{1 + 2 \tan x}} \cdot \frac{2}{\cos^2 x} \\ &= \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sqrt{1 + 2 \tan x}} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

5. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$

a) Định lí 5:

Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và

.

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

*Chú ý: Nếu $y = \cot u$ và $u = u(x)$ thì ta có:

$$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

5. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$

b) Ví dụ 1: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1. $y = \cot \left(\frac{3x}{2} \right)$

2. $Y = \sqrt{x} \cdot \cot(2x)$

5. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$

Bài giải

1. $y = \cot\left(\frac{3x}{2}\right)$

Ta có:

$$y' = \left(\cot\left(\frac{3x}{2}\right)\right)'$$

$$= - \frac{\left(\frac{3x}{2}\right)'}{\sin^2\left(\frac{3x}{2}\right)}$$

$$= - \frac{3}{2\sin^2\left(\frac{3x}{2}\right)}$$

$$(\cot u)' = - \frac{u'}{\sin^2 u}$$

5. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$

Bài giải

$$2. Y = \sqrt{x} \cdot \cot(2x)$$

Ta có:

$$y' = (\sqrt{x})' \cdot \cot(2x) + \sqrt{x} \cdot (\cot(2x))'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cot(2x) - \sqrt{x} \cdot \frac{(2x)'}{\sin^2(2x)}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cot(2x) - \frac{2\sqrt{x}}{\sin^2(2x)}$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

NỘI DUNG CẦN GHI NHỚ

NOTE

Các công thức tính đạo hàm vừa học:

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$$

NOTE

Làm bài tập còn lại trong SGK

Học bài cũ và chuẩn bị bài 4: Vi phân.